

	UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA MAYORES DE 25 AÑOS Convocatoria 2026 MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II	3
INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN		
<p>El examen consta de 4 ejercicios: el primero sin apartados optativos y los tres siguientes con posibilidad de elección. Todas las respuestas deben ser razonadamente justificadas.</p> <p>CALIFICACIÓN: cada ejercicio se valorará sobre 2,5 puntos.</p> <p>TIEMPO: 90 minutos.</p>		

EJERCICIO 1 (2,5 puntos) Este ejercicio no tiene optatividad.

La autonomía, en kilómetros, de un determinado modelo de vehículo eléctrico se comporta según una distribución normal con desviación típica $\sigma = 100$ km.

1.a) (1,3 puntos) Calcule el intervalo de confianza para una muestra de 100 vehículos de la que se conoce que la autonomía media es de 310 km con un nivel de confianza del 95 %.

1.b) (1,2 puntos) Calcule la probabilidad de que la autonomía media de los vehículos para muestras de tamaño 100 sea inferior a 335 km, sabiendo que la media poblacional es $\mu = 325$ km.

EJERCICIO 2 (2,5 puntos) Responda únicamente a una de las dos preguntas, o bien 2.1 o bien 2.2.

Pregunta 2.1 Se considera la función real de variable real:

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 12.$$

2.1.a) (1,5 puntos) Encuentre los máximos y mínimos locales y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

2.1.b) (1 punto) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = -1$.

Pregunta 2.2 Se considera la función real de variable real:

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + ax + b.$$

2.2.a) (1,2 puntos) Obtenga los valores de a y b para que la función pase por el punto $(3, 9)$ y la recta tangente en el punto $x = 1$ tenga pendiente 3.

2.2.b) (1,3 puntos) Si $a = -3$ y $b = 0$, obtenga los puntos de corte con el eje de abscisas.

EJERCICIO 3 (2,5 puntos) Responda únicamente a una de las dos preguntas, o bien 3.1 o bien 3.2.

Pregunta 3.1 En una ciudad, un 40 % de los trabajadores va al trabajo en autobús (suceso A) y el resto en coche (suceso C). Se sabe que la probabilidad de llegar tarde al trabajo (suceso T) es 0,25 si se va en autobús y 0,10 si se va en coche.

3.1.a) (1,2 puntos) Calcule la probabilidad de que un trabajador elegido al azar llegue tarde al trabajo.

3.1.b) (1,3 puntos) Si sabemos que un trabajador ha llegado tarde, ¿cuál es la probabilidad de que haya ido en autobús?

Pregunta 3.2 En una encuesta a jóvenes de cierta ciudad se consideran los sucesos siguientes:

- A : “usa habitualmente una plataforma de vídeo en *streaming*”,
- B : “usa habitualmente una plataforma de música en *streaming*”.

Se sabe que $P(A) = 0,7$, $P(B) = 0,5$ y $P(A \cap B) = 0,4$.

3.2.a) (1 punto) Calcule $P(A \cup B)$.

3.2.b) (0,7 puntos) ¿Son los sucesos A y B incompatibles? Justifique la respuesta.

3.2.c) (0,8 puntos) ¿Son los sucesos A y B independientes? Justifique la respuesta.

EJERCICIO 4 (2,5 puntos) Responda únicamente a una de las dos preguntas, o bien 4.1 o bien 4.2.

Pregunta 4.1 Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4x & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & y \\ -y & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} z & z \\ 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

4.1.a) (1 punto) Calcule los valores de x, y, z para los que se verifica que $2A + 4B = 3C$.

4.1.b) (1,5 puntos) Para $x = y = 1$ calcule $A^{-1}B^t$, donde B^t es la matriz traspuesta de B .

Pregunta 4.2 Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} x + 2y + z = 8 \\ ax + y - z = 1 \\ 2x - 2y + z = 1 \end{cases}$$

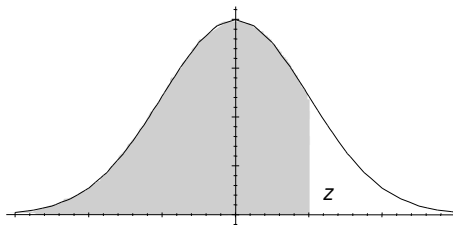
4.2.a) (1,5 puntos) Discuta el sistema en función de los valores del parámetro real a .

4.2.b) (1 punto) Resuelva el sistema para $a = 2$.

Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de z .



z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

SOLUCIONES

EJERCICIO 1 La autonomía se comporta como una $N(\mu; \sigma = 100)$.

1.a) El intervalo de confianza para la media viene dado por:

$$I.C.(\mu) = \left(\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) = \left(310 - 1,96 \frac{100}{\sqrt{100}}; 310 + 1,96 \frac{100}{\sqrt{100}} \right) = (290,4; 329,6).$$

1.b) Se sabe que la distribución de la media muestral es:

$$\bar{x} \sim N\left(\mu = 325; \sigma = \frac{100}{\sqrt{100}}\right) = N(325; 10).$$

La probabilidad pedida es:

$$P(\bar{x} < 335) = P\left(Z < \frac{335 - 325}{10}\right) = P(Z < 1) = 0,8413.$$

EJERCICIO 2

Pregunta 2.1

2.1.a) La derivada de la función es

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 36 = 6(x^2 + x - 6)$$

Para buscar los extremos resolvemos $f'(x) = 0$. Se tiene que $f'(x) = 0$ si y solo si $x = -3$ o $x = 2$.

Estudiando el signo de la derivada vemos que f crece en $(-\infty, -3)$ y en $(2, \infty)$ puesto que ahí la derivada es positiva. En $(-3, 2)$ la derivada es negativa y, por tanto, f decrece en ese intervalo.

En $(-3, 93)$ hay un máximo relativo y en $(2, -32)$ un mínimo relativo.

2.1.b) La ecuación de la recta tangente en $(a, f(a))$ es $y = f(a) + f'(a)(x - a)$.

Tenemos que $f(-1) = 49$, $f'(-1) = -36$.

La ecuación pedida es $y = 49 - 36(x + 1)$.

Pregunta 2.2

2.2.a) $f(3) = 9 \Rightarrow 3a + b = 0$. Entonces $f'(x) = 3x^2 - 4x + a \Rightarrow f'(1) = -1 + a = 3 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow b = -12$.

2.2.b) $f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x = x(x^2 - 2x - 3)$. Entonces $f(x) = 0$ si $x = 0$, $x = -1$ o $x = 3$.

EJERCICIO 3

Pregunta 3.1

Datos:

$$P(A) = 0,4, \quad P(C) = 0,6, \quad P(T | A) = 0,25, \quad P(T | C) = 0,10.$$

3.1.a) Por la regla de la probabilidad total:

$$P(T) = P(T | A)P(A) + P(T | C)P(C) = 0,25 \cdot 0,4 + 0,10 \cdot 0,6 = 0,10 + 0,06 = 0,16.$$

Por tanto, la probabilidad de llegar tarde es 0,16.

3.1.b) Por el teorema de Bayes:

$$P(A | T) = \frac{P(T | A)P(A)}{P(T)} = \frac{0,25 \cdot 0,4}{0,16} = \frac{0,10}{0,16} = \frac{5}{8} = 0,625.$$

Es decir, la probabilidad de que haya ido en autobús sabiendo que llegó tarde es 0,625.

Pregunta 3.2

3.2.a)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,7 + 0,5 - 0,4 = 0,8.$$

3.2.b) Dos sucesos son incompatibles si no pueden ocurrir a la vez, es decir, si $P(A \cap B) = 0$. Aquí $P(A \cap B) = 0,4 \neq 0$, luego no son incompatibles.

3.2.c) Dos sucesos son independientes si $P(A \cap B) = P(A)P(B)$. Calculamos:

$$P(A)P(B) = 0,7 \cdot 0,5 = 0,35.$$

Como $P(A \cap B) = 0,4 \neq 0,35$, los sucesos A y B no son independientes.

EJERCICIO 4

Pregunta 4.1

4.1.a) La identidad lleva al siguiente sistema de ecuaciones:

$$2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4x & -3 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 1 & y \\ -y & 0 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} z & z \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

lleva al siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} 6 &= 3z \\ 4y &= 3z \\ 8x - 4y &= 0 \\ -6 &= -6 \end{aligned}$$

El sistema tiene 4 ecuaciones y 3 incógnitas. No es incompatible porque la última ecuación no aporta información. La resolución es inmediata

$$z = 2, y = \frac{3}{2}, x = \frac{3}{4}.$$

4.1.b) Con los valores dados tenemos que

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Por lo tanto, $\det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} = -3$. La matriz adjunta de A es $\begin{pmatrix} -3 & -4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, por lo que $A^{-1} = \frac{-1}{3} \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$. Así:

$$A^{-1}B^t = \frac{-1}{3} \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \frac{-1}{3} \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -\frac{4}{3} \end{pmatrix}.$$

Pregunta 4.2

4.2.a) La matriz de coeficientes es

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ a & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

El determinante es $|A| = -4a - 7$.

Por lo tanto:

- Si $a \neq -1,75 \Rightarrow |A| \neq 0 \Rightarrow \text{rango}(A) = 3 = \text{número de incógnitas} = \text{rango de la ampliada}$ y, por lo tanto, SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO.
- Si $a = -1,75 \Rightarrow |A| = 0, \text{rango}(A) = 2 \neq \text{rango}(A^*) = 3$ y por lo tanto, SISTEMA INCOMPATIBLE.

4.2.b) Para $a = 2$ el sistema es compatible determinado. Resulta:

$$\begin{cases} x + 2y + z = 8 \\ 2x + y - z = 1 \\ 2x - 2y + z = 1 \end{cases}$$

Aplicando por ejemplo la regla de Cramer obtenemos que la solución es:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 1 \end{vmatrix}} = 1; \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 8 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 1 \end{vmatrix}} = 2; \quad z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 8 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 1 \end{vmatrix}} = 3.$$

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II
Criterios específicos de corrección y calificación

NOTA: La resolución de los ejercicios por cualquier otro procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores, ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados.

ATENCIÓN: La calificación debe hacerse en múltiplos de 0,1 puntos.

Ejercicio 1 (2,5 puntos)

Pregunta 1.1 (2,5 puntos)

- Apartado (1.a): 1,3 puntos
 - Determinar el valor crítico $z_{\alpha/2}$ 0,5 puntos
 - Planteamiento correcto del intervalo 0,3 puntos
 - Cálculo correcto del intervalo de confianza 0,5 puntos
- Apartado (1.b): 1,2 puntos
 - Planteamiento correcto de la probabilidad 0,6 puntos
 - Cálculo correcto de la probabilidad 0,6 puntos

Ejercicio 2 (2,5 puntos)

Pregunta 2.1 (2,5 puntos)

- Apartado (2.1.a): 1,5 puntos
 - Cálculo correcto de la derivada 0,5 puntos
 - Planteamiento correcto de los extremos 0,2 puntos
 - Cálculo correcto de los extremos 0,3 puntos
 - Cálculo correcto de los intervalos 0,5 puntos
- Apartado (2.1.b): 1 punto
 - Planteamiento correcto de la ecuación de la recta tangente 0,5 puntos
 - Cálculo correcto de la recta tangente 0,5 puntos

Pregunta 2.2 (2,5 puntos)

- Apartado (2.2.a): 1,2 puntos
 - Planteamiento correcto 0,6 puntos
 - Determinación correcta de los valores (0,3 cada uno) 0,6 puntos
- Apartado (2.2.b): 1,3 puntos
 - Planteamiento correcto 0,3 puntos
 - Determinación correcta de los valores 1 punto

Ejercicio 3 (2,5 puntos)

Pregunta 3.1 (2,5 puntos)

- Apartado (3.1.a): 1,2 puntos
 - Planteamiento correcto 0,6 puntos
 - Cálculo correcto de la probabilidad 0,6 puntos
- Apartado (3.1.b): 1,3 puntos
 - Planteamiento correcto 0,7 puntos
 - Cálculo correcto de la probabilidad 0,6 puntos

Pregunta 3.2 (2,5 puntos)

- Apartado (3.2.a): 1 punto
 - Planteamiento correcto 0,5 puntos
 - Cálculo correcto de la probabilidad 0,5 puntos
- Apartado (3.2.b): 0,7 puntos
 - Planteamiento correcto de la probabilidad 0,3 puntos
 - Razonamiento correcto 0,4 puntos
- Apartado (3.2.c): 0,8 puntos
 - Planteamiento correcto de la probabilidad 0,4 puntos
 - Razonamiento correcto 0,4 puntos

Ejercicio 4 (2,5 puntos)

Pregunta 4.1 (2,5 puntos)

- Apartado (4.1.a): 1 punto
 - Planteamiento correcto 0,7 puntos
 - Cálculo correcto de los valores (cada uno 0,1) 0,3 puntos
- Apartado (4.1.b): 1,5 puntos
 - Planteamiento correcto del procedimiento de cálculo la inversa 0,5 puntos
 - Cálculo correcto de la inversa 0,5 puntos
 - Respuesta final correcta 0,5 puntos

Pregunta 4.2 (2,5 puntos)

- Apartado (4.2.a): 1,5 puntos
 - Planteamiento correcto 0,5 puntos
 - Determinación correcta de los valores de a 0,5 puntos
 - Discusión correcta 0,5 puntos
- Apartado (4.2.b): 1 punto
 - Planteamiento correcto 0,5 puntos
 - Resolución correcta del sistema 0,5 puntos